1. Costruire il diagramma della funzione: $y = x^2 + 3|x-1|$.
Scrivere le equazioni della tangente nel punto di ascissa $x = -1$ e delle semirette tangenti nel punto di ascissa $x = 1$.

2. Sia data la funzione: $y = |4 - x^2| + 3x$.
Tracciarne il grafico e scrivere l'equazione della retta tangente alla curva nel punto di ascissa $x = 0$ e nel punto di ascissa $x = -4$. Si determinino le equazioni delle semirette tangenti alla curva data nei punti di ascissa $x = \pm 2$.

3. Provare che la retta normale alla parabola: $y = ax^2$, in un suo punto $P(\alpha, \beta)$, ha equazione:

$$(x - \alpha) + 2a\alpha(y - \beta) = 0.$$

Determinare l'equazione della normale nel caso che $a = \frac{1}{2}$ e $P(2, 2)$.

4. *a)* Scrivere l'equazione della parabola che passa per l'origine e di vertice $V\left(2, \frac{8}{3}\right)$ e costruirne il diagramma.
b) Inscrivere nella parte finita di piano delimitata dalla parabola trovata e dall'asse delle x un rettangolo avente un lato sull'asse x e di perimetro 8.
c) Scrivere l'equazione della circonferenza circoscritta a detto rettangolo e calcolare l'area dei due segmenti circolari in cui essa è divisa dall'asse delle x.

5. Fra le parabole di equazione: $y = ax^2 - 3x + 2$ determinare quella che nel punto R di ascissa $x = 1$ ha per tangente la retta di coefficiente angolare $m = 1$. Determinare, poi, l'equazione della retta tangente nel punto $Q(0, 2)$ alla parabola. Determinare, infine, un punto P appartenente alla parabola equidistante da R e da Q. Si troveranno due punti P_1 e P_2; calcolare l'area dei due triangoli RQP_1 e RQP_2.

2° Gruppo.

1. Rappresentare graficamente la funzione: $y = -\frac{1}{2}x^2 + |x|$.
Determinare le tangenti alla curva nel punto $O(0, 0)$, provando che tali tangenti sono perpendicolari.

2. Siano date le infinite parabole: $y = mx^2 - 2(m+1)x + m + 2$, dipendenti dal parametro $m \in \mathbb{R}$.

a) Costruire le parabole che corrispondono ai valori $m = -1$, $m = 1$ del parametro.
b) Mostrare che tutte le parabole passano per uno stesso punto P e che hanno ivi la stessa tangente.
c) Mostrare che le parabole che corrispondono a valori contrari del parametro sono simmetriche rispetto a P.

3. Data la parabola $\mathcal{P}$, di equazione: $y = x^2 - 2x$, dopo aver provato che il punto $P\left(1, -\frac{5}{4}\right)$ è un punto della direttrice della $\mathcal{P}$, determinare le equazioni delle rette tangenti alla $\mathcal{P}$ condotte da P, mostrando che esse sono perpendicolari. Determinare inoltre le coordinate dei punti A e B di contatto delle suddette tangenti con la $\mathcal{P}$. Determinare, infine, il punto Q dell'asse della $\mathcal{P}$, in modo che l'area del triangolo ABQ sia $\frac{11}{8}$.

4. Data la parabola di equazione: $y = x^2 - 6x + 8$, determinare:

a) i punti A e B (A precede B) di intersezione con l'asse x e il punto C di intersezione con l'asse y;
b) la tangente t in A e la sua intersezione T con l'asse y, facendo osservare nello stesso tempo che la t è parallela alla retta per B e C;
c) le coordinate di un punto P dell'arco AC della curva in modo che sia k ($k > 0$) l'area del quadrilatero di vertici $POMR$, essendo M ed R i punti medi rispettivamente di OA e OT;