

Prova scritta di Analisi Matematica I del 14 marzo 2008

Ingegneria Edile Architettura, Proff. A.M. Bersani e K. Cerqueti

COMPITO A

ESERCIZIO 1.

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 \sin x - 2x)(2 + x)^2 \cos x}{e^{3x} [\log(1 + 2x)]^3}.$$

ESERCIZIO 2.

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}x - \pi & \text{per } x \in [-3, -1) \\ \arcsin(x) & \text{per } x \in [-1, 1] \end{cases}$$

- a) studiarne continuità e derivabilità;
- b) determinarne massimi e minimi, relativi e assoluti, nell'intervallo $[-3, 1]$.

ESERCIZIO 3.

Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n - n^3}{4^n + 2^n}.$$

FACOLTATIVO In caso di convergenza della serie, determinare una serie geometrica $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$, a termini positivi e convergente, che maggiora la serie data, ovvero tale che, per ogni n ,

$$\frac{3^n - n^3}{4^n + 2^n} \leq q^n$$

e, usando il criterio del confronto, si determini un maggiorante della somma della serie data.

ESERCIZIO 4.

Calcolare l'area del sottografico della funzione

$$f(x) = \left| \frac{e^x + 2}{e^x + 1} \right|$$

nell'intervallo $[0, \log 2]$.